

5.1

Merkitään kirjaimella x lähdöstä kulunutta aikaa tunteina.
Tarkastellaan Kallen ja vaarin ajassa x tuntia ajamia matkoja.

Kalle etenee 18 km tunnissa. Kun on kulunut x tuntia, Kallen on ajanut $18x$ kilometriä.

Vaari etenee 35 km tunnissa. Kun on kulunut x tuntia, vaarin etäisyys mummolasta on $35x$ kilometriä.

Kallen ja vaarin ajamien matkojen summa on 65 km. Ratkaistaan x .

$$18x + 35x = 65$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 1,22642 \approx 1,2 \text{ (h)}$$

Lasketaan vaarin etäisyys mummolasta.

$$35 \cdot 1,22642 \approx 43 \text{ (km)}$$

Kallen täytyy ajaa 1,2 h. Kalle ja vaari kohtaavat 43 km:n etäisyydellä mummolasta.

Vastaus

1,2 h, 43 km

5.2

Merkitään kirjaimella x kirjainten välistä etäisyyttä metreinä.

Kirjaimia on 6 ja kirjainvälejä 5.

Kirjainten leveys on 1,20 m, ulommaisten etäisyys nurkasta 3,6 m ja seinän pituus 16,0 m.

Ratkaistaan x .

$$6 \cdot 1,20 + 5x + 2 \cdot 3,6 = 16,0$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0,32 \text{ (m)}$$

Kirjainten välinen etäisyys on $0,32 \text{ m} = 32 \text{ cm}$.

Vastaus

32 cm

5.3

Merkitään kirjaimella x osuutta, joka maksetaan yhden metrin tieosuudesta.

Jarin osuus on $200x$,
Marin osuus on $350x$,
ja Tomin osuus on $500x$.

Tienhoitokulut ovat 600 €. Ratkaistaan x .

$$200x + 350x + 500x = 600$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 0,5174 \text{ (€)}$$

Lasketaan kunkin osuus tienhoitokuluista.

Jarin osuus: $200 \cdot 0,5174 \approx 114 \text{ (€)}$

Marin osuus: $350 \cdot 0,5174 \approx 200 \text{ (€)}$

Tomin osuus: $500 \cdot 0,5174 \approx 286 \text{ (€)}$

Vastaus

Jari 114 €, Mari 200 € ja Tomi 286 €

5.4

Merkitään kirjaimella x yhtä mehuosuutta.

Mehutiivisteiden osuus on x
ja veden osuus $4x$.

Mehua valmistetaan 2 litraa. Ratkaistaan x .

$$x + 4x = 2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0,4 \text{ (L)}$$

Lasketaan mehuriivisteiden ja veden määrät.

Mehuriiviste: $x = 0,4 \text{ (L)}$

Vesi: $4x = 4 \cdot 0,4 = 1,6 \text{ (L)}$

Vastaus

0,4 L mehua ja 1,6 L vettä

5.5

- a) Kanootin vuokra on ensimmäiseltä kahdelta tunnilta 30 € ja sen jälkeen 8 € tunnilta.

Lasketaan 5 tunnin vuokra.

$$30 + 3 \cdot 8 = 54 \text{ (€)}$$

- b) Vuokra-aika n on suurempi kuin 2.
Ensimmäiseltä kahdelta tunnilta vuokra on 30 €.
Lopuilta $n - 2$ tunnilta vuokra on 8 €/h.

Muodostetaan funktio $h(n)$, joka ilmaisee n tunnin vuokran.

$$\begin{aligned} h(n) &= 30 + (n - 2) \cdot 8 \\ &= 8n + 14 \end{aligned} \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

- c) Ratkaistaan, kuinka pitkän ajan voi vuokrata 94 eurolla.

$$\begin{aligned} 8n + 14 &= 94 \\ n &= 10 \text{ (h)} \end{aligned} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

94 eurolla kanootin voi vuokrata 10 tunniksi.

Vastaus

- a) 54 euroa
b) $h(n) = 8n + 14$
c) 10 tuntia

5.6

- a) Merkitään kirjaimella x hypyn pituutta metreinä.

Jos hypyn pituus on yli 120 m, niin 120 metrin rajan ylittävän osan pituus on

$$x - 120 \text{ (m)}$$

ja hypyn pituuspisteet ovat

$$60 + (x - 120) \cdot 1,8 = 1,8x - 156 . \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

Jos hypyn pituus on alle 120 m, lauseke $x - 120$ on negatiivinen, joten pistemäärän lauseke pätee myös silloin.

$$\text{Siis } p(x) = 1,8x - 156 .$$

- b) Lasketaan pistemäärä, kun $x = 98,5$ (m).

$$p(98,5) = 1,8 \cdot 98,5 - 156 = 21,3$$

- c) Ratkaistaan hypyn pituus x , kun pistemäärä on 70.

$$1,8x - 156 = 70 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx 126 \text{ (m)}$$

Pitää hypätä ainakin 126 metriä.

Vastaus

- a) $p(x) = 1,8x - 156$
b) 21,3
c) 126 m

5.7

Merkitään kirjaimella x paidan alentamatonta hintaa euroina.

Paidan alennettu hinta on $x - 5,40$ euroa.

7 alennettua paitaa maksaa yhtä paljon kuin 5 normaalihintaista.

Ratkaistaan x .

$$7(x - 5,40) = 5x$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 18,90 \text{ (€)}$$

Paidan alentamaton hinta oli 18,90 €.

Vastaus

18,90 €

5.8

Merkitään kirjaimella x matkan alkuperäistä hintaa euroina.
Alunperin lähtijöitä oli 21. He olisivat maksaneet yhteensä $21x$ euroa.

Lopullinen hinta oli $x - 4$ euroa.
Lopulta lähtijöitä oli 24. He maksoivat yhteensä $24(x - 4)$ euroa.

Matkan kokonaishinta pysyi samana. Ratkaistaan x .

$$21x = 24(x - 4) \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x = 32 \text{ (€)}$$

Alkuperäinen hinta oli 32 euroa ja lopullinen hinta $32 - 4 = 28$ euroa.

Vastaus

28 euroa

5.9

Lasketaan alkoholin määrä 2,0 kg:ssa 96-prosenttista teollisuusalkoholia.

$$0,96 \cdot 2,0 \text{ kg} = 1,92 \text{ kg}$$

Merkitään kirjaimella x lisättävän veden määrää kilogrammoina.

25-prosenttisen seoksen määrä kilogrammoina on $x + 2,0$. Lasketaan sen sisältämän alkoholin määrä.

$$0,25(x + 2,0) \text{ (kg)}$$

Laimentaminen ei muuta alkoholin määrää. Ratkaistaan x .

$$0,25(x + 2,0) = 1,92$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 5,7 \text{ (kg)}$$

Vettä on sekoitettava 5,7 kg.

Vastaus

5,7 kg

5.10

Merkitään kirjaimella x verotettavaa tuloa euroina.

- a) Vero oli 182,00 €. Se oli yli 8,00 €, mutta alle 554,00 €. Verotettava tulo on siis luokassa 18 100–27 200.

Alarajan 18 100 € kohdalla vero on 8,00 €.

Alarajan ylittävästä tulosta $x - 18\,100$ (€) menee veroa 6,00 %.

Ratkaistaan x .

$$8,00 + 0,0600(x - 18\,100) = 182,00 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x = 21\,000 \text{ (€)}$$

Verotettava tulo oli 21 000 €.

- b) Verotettava tulo on luokassa 44 800–78 500.

Alarajan 44 800 € kohdalla vero on 3 590,00 €.

Alarajan ylittävästä tulosta $x - 44\,800$ (€) menee veroa 21,25 %.

Ratkaistaan x .

$$3\,590,00 + 0,2125(x - 44\,800) = 4\,695,00 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x = 50\,000 \text{ (€)}$$

Verotettava tulo oli 50 000 €.

c) Lasketaan veroprosentti ylimmän veroluokan alarajan kohdalla.

$$\frac{10\,751,25}{78\,500} \approx 0,14 = 14 \%$$

Tulovero 17,5 % kuuluu siis tähän veroluokkaan.

Alarajan 78 500 € kohdalla vero on 10 751,25 €.

Alarajan ylittävästä tulosta $x - 78\,500$ (€) menee veroa 31,25 %.

Toisaalta koko tulosta x menee veroa 17,5 %.

Ratkaistaan x .

$$10\,751,25 + 0,3125(x - 78\,500) = 0,175x \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 100\,218 \text{ (€)}$$

Verotettava tulo oli 100 218 €.

Vastaus

- a) 21 000 €
- b) 50 000 €
- c) 100 218 €

5.11

Merkitään kirjaimella x lähdöstä kulunutta aikaa tunteina.
Tarkastellaan Kaisan ja mummon ajassa x tuntia kulkemia matkoja.

Kaisa etenee 4 km tunnissa. Kun on kulunut x tuntia, Kaisa on edennyt $4x$ kilometriä.

Mummo etenee 10 km tunnissa. Kun on kulunut x tuntia, mummon etäisyys mummolasta on $10x$ kilometriä.

Kaisan ja mummon kulkemien matkojen summa on 12 km. Ratkaistaan x .

$$4x + 10x = 12$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 0,8571 \text{ (h)}$$

Ilmaistaan aika minuutteina.

$$0,8571 \text{ h} = 0,8571 \cdot 60 \text{ min} \approx 51 \text{ min}$$

Lasketaan mummon etäisyys mummolasta.

$$10 \cdot 0,8571 \approx 8,6 \text{ (km)}$$

Kaisan täytyy meloa 51 min. Kaisa ja mummo kohtaavat 8,6 km:n etäisyydellä mummolasta.

Vastaus

51 min; 8,6 km

5.12

Merkitään kirjaimella x puhelun pituutta minuutteina.

Ratkaistaan x .

$$1,65 + 0,305x = 12,04$$

[Ratkaistaan CAS-laskimella.](#)

$$x \approx 34 \text{ (min)}$$

Puhelu kesti 34 minuuttia.

Vastaus

34 min

5.13

Merkitään kirjaimella x osuutta, joka maksetaan yhdestä suihkussa käynnistä.

Idan osuus on $102x$,
Saran osuus on $96x$,
ja Salman osuus on $48x$.

Vesilasku on $86,40$ €. Ratkaistaan x .

$$102x + 96x + 48x = 86,40$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 0,3512 \text{ (€)}$$

Lasketaan kunkin osuus vesilaskusta.

Idan osuus: $102 \cdot 0,3512 \approx 35,8$ (€)

Saran osuus: $96 \cdot 0,3512 \approx 33,7$ (€)

Salman osuus: $48 \cdot 0,3512 \approx 16,9$ (€)

Vastaus

Ida $35,8$ €, Sara $33,7$ € ja Salma $16,9$ €

5.14

- a) Hinta muodostuu perusmaksusta 32 € ja painoveloituksesta 2,30 €/kg.

Muodostetaan funktio $h(x)$, joka ilmaisee hinnan euroina, kun paketin paino on x kg.

$$h(x) = 32 + 2,30x$$

- b) Lasketaan hinta, kun $x = 12$ (kg).

$$h(12) = 32 + 2,30 \cdot 12 = 59,60 \text{ (€)}$$

Kuljetus maksoi 59,60 €.

- c) Ratkaistaan paino x , kun hinta oli 75,70 €.

$$32 + 2,30x = 75,70$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 19 \text{ (kg)}$$

Paketti painoi 19 kg.

Vastaus

- a) $h(x) = 32 + 2,30x$
b) 59,60 €
c) 19 kg

5.15

Merkitään myytyjen vehnäpullien määrää $10x$ ja gluteenittomien pullien määrää $2x$.

Pullia on yhteensä 800. Ratkaistaan x .

$$10x + 2x = 800$$

[Ratkaistaan CAS-laskimella.](#)

$$x \approx 66,667$$

Lasketaan pullien määrät.

Vehnäpullat: $10 \cdot 66,667 \approx 670$

Gluteenittomat pullat: $2 \cdot 66,667 \approx 130$

Vastaus

670 vehnäpullaa ja 130 gluteenitonta pullaa

5.16

Tapa 1.

Merkitään kirjaimella x poliisin takaa-ajon kestoa tunteina.

Poliisi ajaa 40 km tunnissa. Takaa-ajon aikana poliisi ajaa $40x$ kilometriä.

Varkaalla on 1,5 tunnin etumatka. Varas pyörii 19 km tunnissa, joten etumatkan pituus on $19 \cdot 1,5 = 28,5$ kilometriä.

Pakomatkan aikana varas pyörii yhteensä $28,5 + 19x$ kilometriä.

Poliisi saavuttaa varkaan, kun matkat ovat yhtä suuret. Ratkaistaan x .

$$28,5 + 19x = 40x$$

[Ratkaistaan CAS-laskimella.](#)

$$x \approx 1,3571 \text{ (h)}$$

Lasketaan varkaan pyöriä matka.

$$28,5 + 19 \cdot 1,3571 \approx 54 \text{ (km)}$$

Varas on pyöräillyt 54 km.

Tapa 2.

Merkitään kirjaimella x varkaan pakomatkan kestoa tunteina.

Varas pyörii 19 km tunnissa. Pakomatkan aikana varas pyörii $19x$ kilometriä.

Poliisi lähtee liikkeelle 1,5 tuntia myöhemmin, joten takaa-ajo kestää $x - 1,5$ tuntia.

Poliisi ajaa 40 km tunnissa. Takaa-ajon aikana poliisi ajaa $40(x - 1,5)$ kilometriä.

Poliisi saavuttaa varkaan, kun matkat ovat yhtä suuret. Ratkaistaan x .

$$19x = 40(x - 1,5)$$

[Ratkaistaan CAS-laskimella.](#)

$$x \approx 2,8571 \text{ (h)}$$

Lasketaan varkaan pyöriä matka.

$$19 \cdot 2,8571 \approx 54 \text{ (km)}$$

Varas on pyöräillyt 54 km.

Vastaus

54 km

5.17

Merkitään kirjaimella x alkuperäistä maksua euroina.

Alunperin lähtijöitä oli 14. He olisivat maksaneet yhteensä $14x$ euroa.

Lopullinen maksu oli $x + 8$ euroa.

Lopulta lähtijöitä oli 12. He maksoivat yhteensä $12(x + 8)$ euroa.

Lomamökin vuokra pysyi samana. Ratkaistaan x .

$$14x = 12(x + 8)$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 48 \text{ (€)}$$

Alkuperäinen maksu oli 48 euroa ja lopullinen maksu $48 + 8 = 56$ euroa.

Vastaus

56 euroa

5.18

Kootaan tiedot taulukkoon.

	600 promille kulta	900 promille kulta	810 promille kulta
Massa (kg)	x	$1 - x$	1
Puhtaan kullan massa (kg)	$0,600x$	$0,900(1 - x)$	$0,800 \cdot 1 = 0,800$

Ratkaistaan x .

$$0,600x + 0,900(1 - x) = 0,810$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0,3 \text{ (kg)}$$

600 promillen kultaa tarvitaan 0,3 kg ja 900 promillen kultaa 0,7 kg.

Vastaus

0,3 kg 600 promillen kultaa ja 0,7 kg 900 promillen kultaa

5.19

Kauppias ostaa mansikoita 200 litraa. Lasketaan mansikoiden hinta kuluineen.

$$54 + 200 \cdot 2,05 = 464 \text{ (€)}$$

Merkitään torilla myytyjen mansikoiden määrää kirjaimella x (L).
Naapuriin myytyjen mansikoiden määrä on $200 - x$ (L).
Muodostetaan myyntitulon lauseke euroina.

$$\begin{aligned} 4,30x + 1,60(200 - x) & \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.} \\ = 2,7x + 320 \end{aligned}$$

a) Kauppias pääsee omilleen, kun myyntitulo on 464 €. Ratkaistaan x .

$$\begin{aligned} 2,7x + 320 &= 464 & \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ x &\approx 53,3 \text{ (L)} \end{aligned}$$

Kauppiaan on myytävä torilla mansikoita ainakin 54 litraa.

b) Kauppias ansaitsee 200 €, kun myyntitulo on 664 €. Ratkaistaan x .

$$\begin{aligned} 2,7x + 320 &= 664 & \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ x &\approx 127,4 \text{ (L)} \end{aligned}$$

Kauppiaan on myytävä torilla mansikoita ainakin 128 litraa (kahden numeron tarkkuudella 130 litraa).

Vastaus

a) 54 L

b) 128 L (130 L)

5.20

Merkitään kirjaimella x perinnön suuruutta euroina.

a) Perijä kuuluu I veroluokkaa.

Vero oli 1271,00 €. Se oli yli 100 €, mutta alle 1 500 €.

Perintö on siis luokassa 20 000–40 000.

Alarajan 20 000 € kohdalla vero on 100 €.

Alarajan ylittävästä perinnöstä $x - 20\,000$ (€) menee veroa 7 %.

Ratkaistaan x .

$$100 + 0,07(x - 20\,000) = 1\,271,00 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 36\,728,57 \text{ (€)}$$

Perintö oli 36 728,57 €.

b) Perijä kuuluu II veroluokkaa.

Lasketaan veroprosentti alarajojen 40 000 € ja 60 000 € kohdalla.

$$\frac{3\,900}{40\,000} \approx 0,19 = 19\%$$

$$\frac{8\,900}{60\,000} \approx 0,15 = 15\%$$

Perintövero 14,0 % kuuluu siis veroluokkaan 40 000–60 000.

Alarajan 40 000 € kohdalla vero on 3 900 €.

Alarajan ylittävästä perinnöstä $x - 40\,000$ (€) menee veroa 25 %.

Toisaalta koko perinnöstä x menee veroa 14,0 %.

Ratkaistaan x .

$$3\,900 + 0,25(x - 40\,000) = 0,14x$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 55\,454,55 \text{ (€)}$$

Perintö oli 55 454,55 €.

Vastaus

a) 36 728,57 €

b) 55 454,55 €